Logika Predikat 2: Kebenaran Predikat dengan Kuantor Tunggal – Hukum-hukum Ekuivalensi Logika Predikat

Kuliah Logika Matematika Semester Ganjil 2015-2016

MZI

Fakultas Informatika
Telkom University

FIF Tel-U

September 2015

Acknowledgements

Slide ini disusun berdasarkan materi yang terdapat pada sumber-sumber berikut:

1. *Discrete Mathematics and Its Applications* (Bab 1), Edisi 7, 2012, oleh K. H. Rosen (acuan utama).
2. *Discrete Mathematics with Applications* (Bab 3), Edisi 4, 2010, oleh S. S. Epp.
3. *Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems* (Bab 2), Edisi 2, 2004, oleh M. Huth dan M. Ryan.
4. *Mathematical Logic for Computer Science* (Bab 5, 6), Edisi 2, 2000, oleh M. Ben-Ari.
5. *Slide* kuliah Matematika Diskret 1 (2012) di Fasilkom UI oleh B. H. Widjaja.
6. *Slide* kuliah Logika Matematika di Telkom University oleh A. Rakhmatsyah, B. Purnama.

Beberapa gambar dapat diambil dari sumber-sumber di atas. *Slide* ini ditujukan untuk keperluan akademis di lingkungan FIF Telkom University. Jika Anda memiliki saran/ pendapat/ pertanyaan terkait materi dalam *slide* ini, silakan kirim email ke `<pleasedontspam>@telkomuniversity.ac.id`.

Bahasan

1. Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal

Bahasan

1. Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
2. Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel

Bahasan

1. Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
2. Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
3. Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat

Bahasan

1. Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
2. Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
3. Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat
4. Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya

Bahasan

1. Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal
2. Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua/ Lebih Variabel
3. Interpretasi dan Semantik Formula Logika Predikat
4. Sifat-sifat Formula Berdasarkan Semantiknya
5. Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Bahasan

Bahasan

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 < 10$". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 < 10$". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\forall x\ P(x) \equiv$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 < 10$". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned}\forall x\ P(x) &\equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \\ &\equiv\end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 < 10$". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned}\forall x\ P(x) &\equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \\ &\equiv \left(0^2 < 10\right) \wedge \left(1^2 < 10\right) \wedge \left(2^2 < 10\right) \wedge \left(3^2 < 10\right) \\ &\equiv \end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 < 10$". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned}
\forall x\ P(x) &\equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \\
&\equiv \left(0^2 < 10\right) \wedge \left(1^2 < 10\right) \wedge \left(2^2 < 10\right) \wedge \left(3^2 < 10\right) \\
&\equiv (0 < 10) \wedge (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \equiv
\end{aligned}$$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (1)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 < 10$". Tentukan nilai kebenaran formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka

$$\begin{aligned}
\forall x\ P(x) &\equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \\
&\equiv \left(0^2 < 10\right) \wedge \left(1^2 < 10\right) \wedge \left(2^2 < 10\right) \wedge \left(3^2 < 10\right) \\
&\equiv (0 < 10) \wedge (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \equiv \mathrm{T}.
\end{aligned}$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\forall x \ P(x) \quad \equiv$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned} \forall x\ P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\ &\equiv \end{aligned}$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$
\begin{aligned}
\forall x \; P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\
&\equiv \left(1^2 < 10\right) \wedge \left(2^2 < 10\right) \wedge \left(3^2 < 10\right) \wedge \left(4^2 < 10\right) \\
&\equiv
\end{aligned}
$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned}
\forall x\ P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\
&\equiv \left(1^2 < 10\right) \wedge \left(2^2 < 10\right) \wedge \left(3^2 < 10\right) \wedge \left(4^2 < 10\right) \\
&\equiv (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \wedge (16 < 10) \equiv
\end{aligned}$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned}
\forall x \; P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\
&\equiv \left(1^2 < 10\right) \wedge \left(2^2 < 10\right) \wedge \left(3^2 < 10\right) \wedge \left(4^2 < 10\right) \\
&\equiv (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \wedge (16 < 10) \equiv \mathrm{F}.
\end{aligned}$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka

$$\begin{aligned} \forall x \; P(x) &\equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \\ &\equiv \left(1^2 < 10\right) \wedge \left(2^2 < 10\right) \wedge \left(3^2 < 10\right) \wedge \left(4^2 < 10\right) \\ &\equiv (1 < 10) \wedge (4 < 10) \wedge (9 < 10) \wedge (16 < 10) \equiv \mathrm{F}. \end{aligned}$$

Dalam hal ini, 4 adalah contoh penyangkal (*counterexample*) dari formula $\forall x \;\left(x^2 < 10\right)$ yang ditinjau pada domain $\{1, 2, 3, 4\}$.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq x$". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
2. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
3. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$

Solusi:

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq x$". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
2. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
3. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka
   $\forall x\ P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq x$". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
2. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
3. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka
   $\forall x\ P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq x$". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
2. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
3. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka $\forall x\ P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv \left(0^2 \geq 0\right) \wedge \left(1^2 \geq 1\right) \wedge \left(2^2 \geq 2\right) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq x$". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
2. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
3. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka $\forall x\ P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv \left(0^2 \geq 0\right) \wedge \left(1^2 \geq 1\right) \wedge \left(2^2 \geq 2\right) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (2)

Latihan

Diberikan formula $\forall x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 \geq x$". Tentukan kebenaran dari formula $\forall x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan $\{0, 1, 2\}$
2. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
3. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$, maka $\forall x\ P(x) \equiv P(0) \wedge P(1) \wedge P(2) \equiv \left(0^2 \geq 0\right) \wedge \left(1^2 \geq 1\right) \wedge \left(2^2 \geq 2\right) \equiv (0 \geq 0) \wedge (1 \geq 1) \wedge (4 \geq 2) \equiv \mathrm{T}$.

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$,

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
    - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
    - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$-x \quad \geq \quad 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan}$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$\begin{aligned} -x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\ (-x)(-x) &\geq (-x) \end{aligned}$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$\begin{aligned} -x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\ (-x)(-x) &\geq (-x) \\ x^2 &\geq -x \geq -1 \geq x \text{ (karena } -x \geq 1 \geq -1 \geq x) \end{aligned}$$

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$
\begin{aligned}
-x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\
(-x)(-x) &\geq (-x) \\
x^2 &\geq -x \geq -1 \geq x \text{ (karena } -x \geq 1 \geq -1 \geq x)
\end{aligned}
$$

   sehingga diperoleh $x^2 \geq x$ benar.

Jadi

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$\begin{aligned} -x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\ (-x)(-x) &\geq (-x) \\ x^2 &\geq -x \geq -1 \geq x \text{ (karena } -x \geq 1 \geq -1 \geq x) \end{aligned}$$

   sehingga diperoleh $x^2 \geq x$ benar.

   Jadi $\forall x\ P(x) \equiv \forall x\ \left(x^2 \geq x\right) \equiv \mathrm{T}$.

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$\begin{aligned} -x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\ (-x)(-x) &\geq (-x) \\ x^2 &\geq -x \geq -1 \geq x \text{ (karena } -x \geq 1 \geq -1 \geq x) \end{aligned}$$

   sehingga diperoleh $x^2 \geq x$ benar.

   Jadi $\forall x \; P(x) \equiv \forall x \; \left(x^2 \geq x\right) \equiv \mathrm{T}$.
3. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real $\mathbb{R}$,

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$\begin{aligned} -x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\ (-x)(-x) &\geq (-x) \\ x^2 &\geq -x \geq -1 \geq x \text{ (karena } -x \geq 1 \geq -1 \geq x) \end{aligned}$$

   sehingga diperoleh $x^2 \geq x$ benar.

   Jadi $\forall x\ P(x) \equiv \forall x\ \left(x^2 \geq x\right) \equiv \mathrm{T}$.

3. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real $\mathbb{R}$, untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$\begin{aligned} -x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\ (-x)(-x) &\geq (-x) \\ x^2 &\geq -x \geq -1 \geq x \text{ (karena } -x \geq 1 \geq -1 \geq x) \end{aligned}$$

   sehingga diperoleh $x^2 \geq x$ benar.

   Jadi $\forall x\ P(x) \equiv \forall x\ \left(x^2 \geq x\right) \equiv \mathrm{T}$.

3. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real $\mathbb{R}$, untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2}$ salah.

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$\begin{aligned} -x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\ (-x)(-x) &\geq (-x) \\ x^2 &\geq -x \geq -1 \geq x \text{ (karena } -x \geq 1 \geq -1 \geq x) \end{aligned}$$

   sehingga diperoleh $x^2 \geq x$ benar.

   Jadi $\forall x\ P(x) \equiv \forall x\ (x^2 \geq x) \equiv \mathrm{T}$.
3. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real $\mathbb{R}$, untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2}$ salah. Akibatnya $\forall x\ P(x) \equiv \forall x\ (x^2 \geq x) \equiv \mathrm{F}$.

2. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, kita memiliki
   - bila $x = 0$, maka $x^2 = 0$, akibatnya pernyataan $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \geq 1$, dengan mengalikan kedua ruas dengan x diperoleh $x^2 \geq x$, jadi $x^2 \geq x$ benar
   - bila $x \leq -1$, kita memiliki

$$\begin{aligned} -x &\geq 1, \text{ mengalikan kedua ruas dengan } -x \text{ memberikan} \\ (-x)(-x) &\geq (-x) \\ x^2 &\geq -x \geq -1 \geq x \text{ (karena } -x \geq 1 \geq -1 \geq x) \end{aligned}$$

   sehingga diperoleh $x^2 \geq x$ benar.

   Jadi $\forall x\ P(x) \equiv \forall x\ \left(x^2 \geq x\right) \equiv \mathrm{T}$.

3. Bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real $\mathbb{R}$, untuk $x = \frac{1}{2}$ kita memiliki $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, atau dengan perkataan lain $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2}$ salah. Akibatnya $\forall x\ P(x) \equiv \forall x\ \left(x^2 \geq x\right) \equiv \mathrm{F}$. Dalam hal ini $x = \frac{1}{2}$ adalah contoh penyangkal (*counterexample*) dari $\forall x\ \left(x^2 \geq x\right)$ untuk domain $\mathbb{R}$.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka
   $\exists x\ P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka
   $\exists x\ P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv \left(0^2 > 10\right) \vee \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv \left(0^2 > 10\right) \vee \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv \left(0^2 > 10\right) \vee \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathrm{F}$.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv \left(0^2 > 10\right) \vee \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathrm{F}$.
2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv \left(0^2 > 10\right) \vee \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathrm{F}$.
2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv \left(0^2 > 10\right) \vee \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathrm{F}$.
2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \vee \left(4^2 > 10\right) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv \left(0^2 > 10\right) \vee \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathrm{F}$.
2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka $\exists x\ P(x) \equiv P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \vee \left(4^2 > 10\right) \equiv (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \vee (16 > 10) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (3)

Latihan

Diberikan formula $\exists x \; P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$x^2 > 10$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x \; P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpuan bilangan $\{0, 1, 2, 3\}$
2. himpunan bilangan $\{1, 2, 3, 4\}$

Solusi:

1. Bila domain yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2, 3\}$, maka $\exists x \; P(x) \equiv P(0) \vee P(1) \vee P(2) \vee P(3) \equiv \left(0^2 > 10\right) \vee \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \equiv (0 > 10) \vee (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \equiv \mathrm{F}$.
2. Bila domain yang ditinjau adalah $\{1, 2, 3, 4\}$, maka $\exists x \; P(x) \equiv P(1) \vee P(2) \vee P(3) \vee P(4) \equiv \left(1^2 > 10\right) \vee \left(2^2 > 10\right) \vee \left(3^2 > 10\right) \vee \left(4^2 > 10\right) \equiv (1 > 10) \vee (4 > 10) \vee (9 > 10) \vee (16 > 10) \equiv \mathrm{T}$.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

1. Untuk domain bilangan bulat $\mathbb{Z}$,

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

1. Untuk domain bilangan bulat $\mathbb{Z}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

1. Untuk domain bilangan bulat $\mathbb{Z}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x\ P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

1. Untuk domain bilangan bulat $\mathbb{Z}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x\ P(x) \equiv \mathrm{T}$ untuk domain $\mathbb{Z}$.

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x\ P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x\ P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

1. Untuk domain bilangan bulat $\mathbb{Z}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x\ P(x) \equiv \mathrm{T}$ untuk domain $\mathbb{Z}$.
2. Untuk domain bilangan real $\mathbb{R}$,

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x \; P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x \; P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

1. Untuk domain bilangan bulat $\mathbb{Z}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x \; P(x) \equiv \mathrm{T}$ untuk domain $\mathbb{Z}$.
2. Untuk domain bilangan real $\mathbb{R}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{R}$ dan memenuhi

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x \; P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x \; P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

1. Untuk domain bilangan bulat $\mathbb{Z}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x \; P(x) \equiv \mathrm{T}$ untuk domain $\mathbb{Z}$.
2. Untuk domain bilangan real $\mathbb{R}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{R}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x \; P(x) \equiv$

Kebenaran Formula Berkuantor Tunggal (4)

Latihan

Diberikan formula $\exists x \; P(x)$ dengan $P(x)$ menyatakan "$\frac{1}{x} \geq x$". Tentukan nilai kebenaran dari formula $\exists x \; P(x)$ bila domain yang ditinjau adalah

1. himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. himpunan bilangan real $\mathbb{R}$
3. himpunan bilangan $\{2, 3, 4, \ldots\}$

Solusi:

1. Untuk domain bilangan bulat $\mathbb{Z}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{Z}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x \; P(x) \equiv \mathrm{T}$ untuk domain $\mathbb{Z}$.
2. Untuk domain bilangan real $\mathbb{R}$, kita memiliki $1 \in \mathbb{R}$ dan memenuhi $\frac{1}{1} \geq 1$. Akibatnya $\exists x \; P(x) \equiv \mathrm{T}$ untuk domain $\mathbb{R}$.

3. Untuk domain $D = \{2, 3, 4, \ldots\}$, maka kita memiliki $x \geq 2$ untuk setiap $x \in D$, akibatnya $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$ untuk setiap $x \in D$. Akan dibuktikan bahwa $\exists x \left(\frac{1}{x} \geq x\right) \equiv \mathrm{F}$.

   Andaikan $\exists x \left(\frac{1}{x} \geq x\right) \equiv \mathrm{T}$, maka terdapat $d \in D$ sehingga $\left(\frac{1}{d} \geq d\right) \equiv \mathrm{T}$. Karena $d \geq 2 > 0$, maka ini berakibat $\left(1 \geq d^2\right) \equiv \mathrm{T}$. Perhatikan bahwa untuk setiap $d \in D$, maka kita juga memiliki $d^2 \geq 2^2 = 4 > 1$, atau dengan perkataan lain $d^2 > 1$. Jadi kita juga memperoleh $\left(d^2 > 1\right) \equiv \mathrm{T}$ untuk setiap $d \in D$.

   Kita memiliki hasil $\left(d^2 > 1\right) \equiv \mathrm{T}$ yang bertentangan dengan asumsi bahwa $\left(d^2 > 1\right) \equiv \neg\left(1 \geq d^2\right) \equiv \neg\mathrm{T} = \mathrm{F}$.

   Karena pengandaian kita tidak mungkin benar, maka haruslah $\exists x \left(\frac{1}{x} \geq x\right) \equiv \mathrm{F}$.

Bahasan

Kebenaran Formula dengan Kuantifikasi Dua Variabel

	benar ketika. . .	**salah** ketika. . .
$\forall x \forall y\ P(x,y)$ $\forall y \forall x\ P(x,y)$	$P(x,y)$ **benar** untuk setiap pasangan x, y	$P(x,y)$ **salah** untuk satu pasangan x, y
$\forall x \exists y\ P(x,y)$	Untuk setiap x, ada satu y yang membuat $P(x,y)$ **benar**	Ada satu x sehingga $P(x,y)$ **salah** untuk setiap y
$\exists x \forall y\ P(x,y)$	Ada satu x sehingga $P(x,y)$ **benar** untuk setiap y	Untuk setiap x, ada satu y yang membuat $P(x,y)$ **salah**
$\exists x \exists y\ P(x,y)$ $\exists y \exists x\ P(x,y)$	$P(x,y)$ **benar** untuk satu pasangan x, y	$P(x,y)$ **salah** untuk setiap. pasangan x, y

Ingat juga bahwa $\forall x \exists y\ P(x,y)$ tidak ekuivalen dengan $\exists y \forall x\ P(x,y)$.

Kebenaran Formula $\forall x \exists y\ P(x,y)$ dan $\exists x \forall y\ P(x,y)$

Misalkan $P(x,y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a,b\}$, maka

- $\forall x \exists y\ P(x,y) \equiv$

Kebenaran Formula $\forall x \exists y \ P(x, y)$ dan $\exists x \forall y \ P(x, y)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a, b\}$, maka

- $\forall x \exists y \ P(x, y) \equiv \forall x \ \ (P(x, a) \vee P(x, b)) \equiv$

Kebenaran Formula $\forall x \exists y\ P(x, y)$ dan $\exists x \forall y\ P(x, y)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a, b\}$, maka

- $\forall x \exists y\ P(x, y) \equiv \forall x\ \ (P(x, a) \vee P(x, b)) \equiv (P(a, a) \vee P(a, b)) \wedge (P(b, a) \vee P(b, b))$
- $\exists x \forall y\ P(x, y) \equiv$

Kebenaran Formula $\forall x \exists y\ P(x, y)$ dan $\exists x \forall y\ P(x, y)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a, b\}$, maka

- $\forall x \exists y\ P(x, y) \equiv \forall x\ \ (P(x, a) \vee P(x, b)) \equiv (P(a, a) \vee P(a, b)) \wedge (P(b, a) \vee P(b, b))$
- $\exists x \forall y\ P(x, y) \equiv \exists x\ \ (P(x, a) \wedge P(x, b)) \equiv$

Kebenaran Formula $\forall x \exists y\ P(x,y)$ dan $\exists x \forall y\ P(x,y)$

Misalkan $P(x,y)$ adalah predikat biner yang dievaluasi pada domain $D = \{a,b\}$, maka

- $\forall x \exists y\ P(x,y) \equiv \forall x\ \ (P(x,a) \vee P(x,b)) \equiv (P(a,a) \vee P(a,b)) \wedge (P(b,a) \vee P(b,b))$
- $\exists x \forall y\ P(x,y) \equiv \exists x\ \ (P(x,a) \wedge P(x,b)) \equiv (P(a,a) \wedge P(a,b)) \vee (P(b,a) \wedge P(b,b))$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka

$$\forall x \exists y \; P(x, y) \quad \equiv$$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka

$$\begin{aligned}\forall x \exists y\ P(x,y) &\equiv (P(a_1,a_1) \vee P(a_1,a_2) \vee \cdots \vee P(a_1,a_n)) \\ &\quad \wedge (P(a_2,a_1) \vee P(a_2,a_2) \vee \cdots \vee P(a_2,a_n)) \\ &\quad \wedge \cdots \wedge (P(a_n,a_1) \vee P(a_n,a_2) \vee \cdots \vee P(a_n,a_n)) \\ &\equiv \end{aligned}$$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka

$$\begin{aligned}
\forall x \exists y\ P(x,y) &\equiv (P(a_1,a_1) \vee P(a_1,a_2) \vee \cdots \vee P(a_1,a_n)) \\
&\quad \wedge (P(a_2,a_1) \vee P(a_2,a_2) \vee \cdots \vee P(a_2,a_n)) \\
&\quad \wedge \cdots \wedge (P(a_n,a_1) \vee P(a_n,a_2) \vee \cdots \vee P(a_n,a_n)) \\
&\equiv \bigwedge_{i=1}^{n} \bigvee_{j=1}^{n} P(a_i,a_j)
\end{aligned}$$

dan

$$\exists x \forall y\ P(x,y) \equiv$$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka

$$\begin{aligned}
\forall x \exists y \; P(x,y) &\equiv (P(a_1,a_1) \vee P(a_1,a_2) \vee \cdots \vee P(a_1,a_n)) \\
&\quad \wedge (P(a_2,a_1) \vee P(a_2,a_2) \vee \cdots \vee P(a_2,a_n)) \\
&\quad \wedge \cdots \wedge (P(a_n,a_1) \vee P(a_n,a_2) \vee \cdots \vee P(a_n,a_n)) \\
&\equiv \bigwedge_{i=1}^{n} \bigvee_{j=1}^{n} P(a_i,a_j)
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
\exists x \forall y \; P(x,y) &\equiv (P(a_1,a_1) \wedge P(a_1,a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_1,a_n)) \\
&\quad \vee (P(a_2,a_1) \wedge P(a_2,a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_2,a_n)) \\
&\quad \vee \cdots \vee (P(a_n,a_1) \wedge P(a_n,a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n,a_n)) \\
&\equiv
\end{aligned}$$

Secara umum, jika domain D yang ditinjau berhingga, katakanlah $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, maka

$$\begin{aligned}
\forall x \exists y\ P(x,y) &\equiv (P(a_1,a_1) \vee P(a_1,a_2) \vee \cdots \vee P(a_1,a_n)) \\
&\quad \wedge (P(a_2,a_1) \vee P(a_2,a_2) \vee \cdots \vee P(a_2,a_n)) \\
&\quad \wedge \cdots \wedge (P(a_n,a_1) \vee P(a_n,a_2) \vee \cdots \vee P(a_n,a_n)) \\
&\equiv \bigwedge_{i=1}^{n} \bigvee_{j=1}^{n} P(a_i,a_j)
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
\exists x \forall y\ P(x,y) &\equiv (P(a_1,a_1) \wedge P(a_1,a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_1,a_n)) \\
&\quad \vee (P(a_2,a_1) \wedge P(a_2,a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_2,a_n)) \\
&\quad \vee \cdots \vee (P(a_n,a_1) \wedge P(a_n,a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n,a_n)) \\
&\equiv \bigvee_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{n} P(a_i,a_j)
\end{aligned}$$

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

1. $\forall x \forall y\ P(x,y)$, dengan $P(x,y)$ adalah pernyataan "$x + y = y + x$"
2. $\forall x \exists y\ \ (x + y = 0)$.
3. $\exists y \forall x\ \ (x + y = 0)$.
4. $\forall x \forall y \exists z\ \ (x + y = z)$.
5. $\exists z \forall x \forall y\ \ (x + y = z)$.

Solusi:

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

1. $\forall x \forall y\ P(x, y)$, dengan $P(x, y)$ adalah pernyataan "$x + y = y + x$"
2. $\forall x \exists y\ \ (x + y = 0)$.
3. $\exists y \forall x\ \ (x + y = 0)$.
4. $\forall x \forall y \exists z\ \ (x + y = z)$.
5. $\exists z \forall x \forall y\ \ (x + y = z)$.

Solusi:

1. Jika $P(x, y)$ menyatakan "$x + y = y + x$", maka $\forall x \forall y\ P(x, y)$ berarti

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

1. $\forall x \forall y \; P(x, y)$, dengan $P(x, y)$ adalah pernyataan "$x + y = y + x$"
2. $\forall x \exists y \; (x + y = 0)$.
3. $\exists y \forall x \; (x + y = 0)$.
4. $\forall x \forall y \exists z \; (x + y = z)$.
5. $\exists z \forall x \forall y \; (x + y = z)$.

Solusi:

1. Jika $P(x, y)$ menyatakan "$x + y = y + x$", maka $\forall x \forall y \; P(x, y)$ berarti "$x + y = y + x$ berlaku untuk semua bilangan real x dan y".

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

1. $\forall x \forall y\ P(x, y)$, dengan $P(x, y)$ adalah pernyataan "$x + y = y + x$"
2. $\forall x \exists y\ (x + y = 0)$.
3. $\exists y \forall x\ (x + y = 0)$.
4. $\forall x \forall y \exists z\ (x + y = z)$.
5. $\exists z \forall x \forall y\ (x + y = z)$.

Solusi:

1. Jika $P(x, y)$ menyatakan "$x + y = y + x$", maka $\forall x \forall y\ P(x, y)$ berarti "$x + y = y + x$ berlaku untuk semua bilangan real x dan y". Berdasarkan sifat komutatif pada penjumlahan bilangan real, diperoleh

Menentukan Nilai Kebenaran Formula Berkuantor

Latihan

Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula logika predikat berikut apabila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan real.

1. $\forall x \forall y\ P(x,y)$, dengan $P(x,y)$ adalah pernyataan "$x+y=y+x$"
2. $\forall x \exists y\ (x+y=0)$.
3. $\exists y \forall x\ (x+y=0)$.
4. $\forall x \forall y \exists z\ (x+y=z)$.
5. $\exists z \forall x \forall y\ (x+y=z)$.

Solusi:

1. Jika $P(x,y)$ menyatakan "$x+y=y+x$", maka $\forall x \forall y\ P(x,y)$ berarti "$x+y=y+x$ berlaku untuk semua bilangan real x dan y". Berdasarkan sifat komutatif pada penjumlahan bilangan real, diperoleh $\forall x \forall y\ P(x,y) \equiv \mathrm{T}$.

2. $\forall x \exists y \ (x + y = 0)$ berarti

2. $\forall x \exists y \ (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$".

2. $\forall x \exists y \; (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$". Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$" adalah pernyataan yang **benar**.

2. $\forall x \exists y\ (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$". Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$" adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y\ (x + y = 0) \equiv \mathrm{T}$.
3. $\exists y \forall x\ (x + y = 0)$ berarti

2. $\forall x \exists y \ (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$". Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$" adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y \ (x + y = 0) \equiv \mathrm{T}$.
3. $\exists y \forall x \ (x + y = 0)$ berarti "terdapat bilangan real y, sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$".

2. $\forall x \exists y\ \ (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$". Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$" adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y\ \ (x + y = 0) \equiv \mathrm{T}$.
3. $\exists y \forall x\ \ (x + y = 0)$ berarti "terdapat bilangan real y, sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$". Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$).

2. $\forall x \exists y \ (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$". Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$" adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y \ (x + y = 0) \equiv \mathrm{T}$.
3. $\exists y \forall x \ (x + y = 0)$ berarti "terdapat bilangan real y, sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$". Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$). Akibatnya

$$1 + y \quad = \quad 2 + y, \text{ sehingga didapatkan}$$

2. $\forall x \exists y \ (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$". Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$" adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y \ (x + y = 0) \equiv \mathrm{T}$.
3. $\exists y \forall x \ (x + y = 0)$ berarti "terdapat bilangan real y, sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$". Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$). Akibatnya

$$\begin{aligned} 1 + y &= 2 + y, \text{ sehingga didapatkan} \\ 1 &= 2, \text{ suatu kontradiksi.} \end{aligned}$$

2. $\forall x \exists y \ (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$". Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$" adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y \ (x + y = 0) \equiv \mathrm{T}$.
3. $\exists y \forall x \ (x + y = 0)$ berarti "terdapat bilangan real y, sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$". Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$). Akibatnya

$$\begin{aligned} 1 + y &= 2 + y, \text{ sehingga didapatkan} \\ 1 &= 2, \text{ suatu kontradiksi.} \end{aligned}$$

Jadi tidak ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ untuk sembarang nilai x.

2. $\forall x \exists y \ (x + y = 0)$ berarti "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$". Tinjau bahwa dengan memilih $y = -x$ untuk sembarang x yang diberikan, kita memiliki $x + (-x) = 0$. Dengan perkataan lain "untuk setiap bilangan real x, ada bilangan real y (yaitu $y = -x$) yang memenuhi $x + y = 0$" adalah pernyataan yang **benar**. Jadi $\forall x \exists y \ (x + y = 0) \equiv \mathrm{T}$.
3. $\exists y \forall x \ (x + y = 0)$ berarti "terdapat bilangan real y, sehingga untuk setiap bilangan real x berlaku $x + y = 0$". Andaikan terdapat bilangan real y yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + y = 0$ dan $2 + y = 0$ (karena x berapapun, kita boleh mengambil $x = 1$ dan $x = 2$). Akibatnya

$$\begin{aligned} 1 + y &= 2 + y, \text{ sehingga didapatkan} \\ 1 &= 2, \text{ suatu kontradiksi.} \end{aligned}$$

Jadi tidak ada bilangan real y yang memenuhi $x + y = 0$ untuk sembarang nilai x. Dengan perkataan lain $\exists y \forall x \ (x + y = 0) \equiv \mathrm{F}$

4. $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z)$ berarti

4. $\forall x \forall y \exists z \; (x + y = z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$".

4. $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$". Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real,

4. $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$". Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$".

4. $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$". Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$". Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z) \equiv \mathrm{T}$.
5. $\exists z \forall x \forall y \ (x + y = z)$ berarti

4. $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$". Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$". Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z) \equiv \mathrm{T}$.
5. $\exists z \forall x \forall y \ (x + y = z)$ berarti "ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$".

4. $\forall x \forall y \exists z \; (x+y=z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x+y=z$". Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x+y$ juga bilangan real, maka berlaku "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z (yaitu $z=x+y$) yang memenuhi $x+y=z$". Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z \; (x+y=z) \equiv \mathrm{T}$.
5. $\exists z \forall x \forall y \; (x+y=z)$ berarti "ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x+y=z$". Andaikan terdapat bilangan real z yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1+2=z$ dan $2+3=z$ (karena x dan y sembarang, maka kita boleh mengambil $(1,2)$ sebagai pasangan pertama dan $(2,3)$ sebagai pasangan kedua).

4. $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$". Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$". Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z) \equiv \mathrm{T}$.
5. $\exists z \forall x \forall y \ (x + y = z)$ berarti "ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$". Andaikan terdapat bilangan real z yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + 2 = z$ dan $2 + 3 = z$ (karena x dan y sembarang, maka kita boleh mengambil $(1, 2)$ sebagai pasangan pertama dan $(2, 3)$ sebagai pasangan kedua). Akibatnya

$$z = 3 \text{ dan } z = 5, \text{ suatu kontradiksi.}$$

4. $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$". Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$". Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z) \equiv \mathrm{T}$.
5. $\exists z \forall x \forall y \ (x + y = z)$ berarti "ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$". Andaikan terdapat bilangan real z yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + 2 = z$ dan $2 + 3 = z$ (karena x dan y sembarang, maka kita boleh mengambil $(1, 2)$ sebagai pasangan pertama dan $(2, 3)$ sebagai pasangan kedua). Akibatnya

   $$z = 3 \text{ dan } z = 5, \text{ suatu kontradiksi.}$$

   Jadi tidak ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ untuk setiap pasang bilangan real x dan y.

4. $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z)$ berarti "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$". Berdasarkan sifat penjumlahan bilangan real, yaitu sifat: jika x dan y adalah bilangan real, maka $x + y$ juga bilangan real, maka berlaku "untuk setiap bilangan real x dan bilangan real y, ada bilangan real z (yaitu $z = x + y$) yang memenuhi $x + y = z$". Oleh karena itu $\forall x \forall y \exists z \ (x + y = z) \equiv \mathrm{T}$.
5. $\exists z \forall x \forall y \ (x + y = z)$ berarti "ada bilangan real z sehingga untuk setiap pasang bilangan real x dan y berlaku $x + y = z$". Andaikan terdapat bilangan real z yang memenuhi kriteria ini, maka haruslah berlaku $1 + 2 = z$ dan $2 + 3 = z$ (karena x dan y sembarang, maka kita boleh mengambil $(1, 2)$ sebagai pasangan pertama dan $(2, 3)$ sebagai pasangan kedua). Akibatnya

$$z = 3 \text{ dan } z = 5, \text{ suatu kontradiksi.}$$

Jadi tidak ada bilangan real z yang memenuhi $x + y = z$ untuk setiap pasang bilangan real x dan y. Oleh karena itu $\exists z \forall x \forall y \ (x + y = z) \equiv \mathrm{F}$

Bahasan

Formula Tertutup

Formula Tertutup

Suatu formula logika predikat dikatakan sebagai formula tertutup bila seluruh variabel yang terdapat pada formula tersebut adalah variabel terikat. Sebagai contoh, bila P adalah predikat biner, x dan y adalah variabel, serta a dan b adalah elemen pada domain yang ditinjau, maka formula $\forall x \exists y\ P(x, y)$, $\forall x\ P(x, b)$, dan $P(a, b)$ adalah formula tertutup, sedangkan $\forall x\ P(x, y)$, $P(x, b)$, dan $P(a, y)$ bukan formula tertutup.

Interpretasi

Interpretasi dari suatu formula logika predikat adalah pemberian nilai kebenaran terhadap formula tersebut. Berbeda dengan formula pada logika proposisi, interpretasi formula logika predikat juga ditentukan oleh domain atau semesta pembicaraan yang ditinjau. Interpretasi atau nilai kebenaran untuk formula logika predikat hanya terdefinisi untuk formula tertutup saja.

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$2(0) \leq 5$", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$2(0) \leq 5$", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula "$2(2) \leq 5$"
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$2(0) \leq 5$", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula "$2(2) \leq 5$"
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$(1)^2 \geq 2$", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$2(0) \leq 5$", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula "$2(2) \leq 5$"
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$(1)^2 \geq 2$", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula "$(2)^2 \geq 2$"
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$2(0) \leq 5$", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula "$2(2) \leq 5$"
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$(1)^2 \geq 2$", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula "$(2)^2 \geq 2$"
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$2x \leq 5$", kemudian $A[y \leftarrow 2]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$2(0) \leq 5$", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula "$2(2) \leq 5$"
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$(1)^2 \geq 2$", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula "$(2)^2 \geq 2$"
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$2x \leq 5$", kemudian $A[y \leftarrow 2]$ adalah formula "$2x \leq 5$"
- $B[x \leftarrow 0]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$2(0) \leq 5$", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula "$2(2) \leq 5$"
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$(1)^2 \geq 2$", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula "$(2)^2 \geq 2$"
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$2x \leq 5$", kemudian $A[y \leftarrow 2]$ adalah formula "$2x \leq 5$"
- $B[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$y^2 \geq 2$", kemudian $B[x \leftarrow 1]$ adalah formula

Substitusi Variabel

Substitusi Variabel

Misalkan A adalah suatu formula logika predikat yang ditinjau pada semesta pembicaraan D dan d adalah suatu elemen pada D. Notasi $A[x \leftarrow d]$ berarti formula baru yang diperoleh dengan mengganti **semua** kemunculan variabel x dengan d pada formula A.

Contoh

Misalkan A adalah formula "$2x \leq 5$" dan B adalah formula "$y^2 \geq 2$". Jika domain pembicaraan yang ditinjau adalah $\{0, 1, 2\}$ maka kita memiliki

- $A[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$2(0) \leq 5$", kemudian $A[x \leftarrow 2]$ adalah formula "$2(2) \leq 5$"
- $B[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$(1)^2 \geq 2$", kemudian $B[y \leftarrow 2]$ adalah formula "$(2)^2 \geq 2$"
- $A[y \leftarrow 1]$ adalah formula "$2x \leq 5$", kemudian $A[y \leftarrow 2]$ adalah formula "$2x \leq 5$"
- $B[x \leftarrow 0]$ adalah formula "$y^2 \geq 2$", kemudian $B[x \leftarrow 1]$ adalah formula "$y^2 \geq 2$"

Notasi Interpretasi

Misalkan D adalah domain yang ditinjau dan A adalah suatu formula logika predikat, notasi $\mathcal{I}_D(A)$ menyatakan interpretasi dari formula A yang ditinjau pada domain D. Selanjutnya $\mathcal{I}_D(A) = \mathrm{T}$ berarti formula A diinterpretasikan benar oleh interpretasi $\mathcal{I}$ yang ditinjau pada domain D, dan $\mathcal{I}_D(A) = \mathrm{F}$ berarti formula A diinterpretasikan salah oleh interpretasi $\mathcal{I}$ yang ditinjau pada domain D.

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan $\mathcal{I}$ adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A. Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan $\mathcal{I}$ adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A. Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

- Jika $A = P(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ untuk d_i $(1 \leq i \leq n)$ pada domain yang ditinjau, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(P(d_1, d_2, \ldots, d_n)) = \mathrm{T}$ bila $d_1, d_2, \ldots, d_n$ berrelasi dan memberikan nilai kebenaran sesuai dengan definisi predikat P.

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan $\mathcal{I}$ adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A. Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

- Jika $A = P(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ untuk d_i $(1 \leq i \leq n)$ pada domain yang ditinjau, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(P(d_1, d_2, \ldots, d_n)) = \mathrm{T}$ bila $d_1, d_2, \ldots, d_n$ berrelasi dan memberikan nilai kebenaran sesuai dengan definisi predikat P.
- Jika $A = \mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathrm{T}) = \mathrm{T}$. Kemudian jika $A = \mathrm{F}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathrm{F}) = \mathrm{F}$.

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan $\mathcal{I}$ adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A. Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

- Jika $A = P(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ untuk d_i $(1 \leq i \leq n)$ pada domain yang ditinjau, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(P(d_1, d_2, \ldots, d_n)) = \mathrm{T}$ bila $d_1, d_2, \ldots, d_n$ berrelasi dan memberikan nilai kebenaran sesuai dengan definisi predikat P.
- Jika $A = \mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathrm{T}) = \mathrm{T}$. Kemudian jika $A = \mathrm{F}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathrm{F}) = \mathrm{F}$.
- Jika $A = \forall x\ B$ untuk suatu formula B, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\forall x\ B) = \mathrm{T}$ apabila $\mathcal{I}_D(B[x \leftarrow d]) = \mathrm{T}$ untuk **setiap** d pada domain pembicaraan D.

Aturan Semantik Logika Predikat

Aturan Semantik Logika Predikat

Misalkan A adalah sebuah formula, D adalah domain pembicaraan yang ditinjau, dan $\mathcal{I}$ adalah interpretasi yang terdefinisi untuk setiap formula atom yang muncul di A. Interpretasi untuk A didefinisikan sebagai berikut

- Jika $A = P(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ untuk d_i $(1 \leq i \leq n)$ pada domain yang ditinjau, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(P(d_1, d_2, \ldots, d_n)) = \mathrm{T}$ bila $d_1, d_2, \ldots, d_n$ berrelasi dan memberikan nilai kebenaran sesuai dengan definisi predikat P.
- Jika $A = \mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathrm{T}) = \mathrm{T}$. Kemudian jika $A = \mathrm{F}$, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\mathrm{F}) = \mathrm{F}$.
- Jika $A = \forall x\ B$ untuk suatu formula B, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\forall x\ B) = \mathrm{T}$ apabila $\mathcal{I}_D(B[x \leftarrow d]) = \mathrm{T}$ untuk **setiap** d pada domain pembicaraan D.
- Jika $A = \exists x\ B$ untuk suatu formula B, maka $\mathcal{I}_D(A) = \mathcal{I}_D(\exists x\ B) = \mathrm{T}$ apabila $\mathcal{I}_D(B[x \leftarrow d]) = \mathrm{T}$ untuk **suatu** d pada domain pembicaraan D.

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg\mathcal{I}(B) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{F} \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{T} \end{cases}.$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B, maka
$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg\mathcal{I}(B) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{F} \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{T} \end{cases}.$$
- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{T} \\ \mathrm{F}, & \text{lainnya} \end{cases}.$$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B, maka
$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg\mathcal{I}(B) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{F} \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{T} \end{cases}.$$
- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{T} \\ \mathrm{F}, & \text{lainnya} \end{cases}.$$
- Jika $A = B \vee C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \vee C) = \mathcal{I}(B) \vee \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{F} \\ \mathrm{T}, & \text{lainnya} \end{cases}$$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg \mathcal{I}(B) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{F} \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{T} \end{cases}.$
- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{T} \\ \mathrm{F}, & \text{lainnya} \end{cases}.$
- Jika $A = B \vee C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \vee C) = \mathcal{I}(B) \vee \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{F} \\ \mathrm{T}, & \text{lainnya} \end{cases}$
- Jika $A = B \oplus C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \oplus C) = \mathcal{I}(B) \oplus \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) \neq \mathcal{I}(C) \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(C) = \mathcal{I}(C) \end{cases}.$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg\mathcal{I}(B) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{F} \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{T} \end{cases}.$
- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{T} \\ \mathrm{F}, & \text{lainnya} \end{cases}.$
- Jika $A = B \vee C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \vee C) = \mathcal{I}(B) \vee \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{F} \\ \mathrm{T}, & \text{lainnya} \end{cases}.$
- Jika $A = B \oplus C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \oplus C) = \mathcal{I}(B) \oplus \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) \neq \mathcal{I}(C) \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(C) = \mathcal{I}(C) \end{cases}.$
- Jika $A = B \rightarrow C$, untuk suatu formula B dan C, maka $\mathcal{I}(A) =$
$\mathcal{I}(B \rightarrow C) = \mathcal{I}(B) \rightarrow \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{T} \text{ namun } \mathcal{I}(C) = \mathrm{F} \\ \mathrm{T}, & \text{lainnya} \end{cases}.$

- Jika $A = \neg B$, untuk suatu formula B, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(\neg B) = \neg\mathcal{I}(B) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{F} \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{T} \end{cases}$.
- Jika $A = B \wedge C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \wedge C) = \mathcal{I}(B) \wedge \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{T} \\ \mathrm{F}, & \text{lainnya} \end{cases}$.
- Jika $A = B \vee C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \vee C) = \mathcal{I}(B) \vee \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = \mathrm{F} \\ \mathrm{T}, & \text{lainnya} \end{cases}$.
- Jika $A = B \oplus C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \oplus C) = \mathcal{I}(B) \oplus \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) \neq \mathcal{I}(C) \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(C) = \mathcal{I}(C) \end{cases}$.
- Jika $A = B \rightarrow C$, untuk suatu formula B dan C, maka $\mathcal{I}(A) =$
$\mathcal{I}(B \rightarrow C) = \mathcal{I}(B) \rightarrow \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathrm{T} \text{ namun } \mathcal{I}(C) = \mathrm{F} \\ \mathrm{T}, & \text{lainnya} \end{cases}$.
- Jika $A = B \leftrightarrow C$, untuk suatu formula B dan C, maka
$\mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B \leftrightarrow C) = \mathcal{I}(B) \leftrightarrow \mathcal{I}(C) = \begin{cases} \mathrm{T}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) \\ \mathrm{F}, & \text{jika } \mathcal{I}(B) \neq \mathcal{I}(C) \end{cases}$.

Latihan

Tentukan interpretasi dari formula-formula logika predikat berikut bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

1. $\forall x \; (P(x) \vee Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
3. $\exists x \; (P(x) \wedge Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"

Solusi:

Latihan

Tentukan interpretasi dari formula-formula logika predikat berikut bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

1. $\forall x\ (P(x) \vee Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"

Solusi:

1. $\forall x\ (P(x) \vee Q(x))$ berarti:

Latihan

Tentukan interpretasi dari formula-formula logika predikat berikut bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

1. $\forall x \ (P(x) \vee Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
3. $\exists x \ (P(x) \wedge Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"

Solusi:

1. $\forall x \ (P(x) \vee Q(x))$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$" atau

Latihan

Tentukan interpretasi dari formula-formula logika predikat berikut bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

1. $\forall x\ (P(x) \vee Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"

Solusi:

1. $\forall x\ (P(x) \vee Q(x))$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$" atau "untuk setiap bilangan bulat x, berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap".

Latihan

Tentukan interpretasi dari formula-formula logika predikat berikut bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

1. $\forall x \; (P(x) \vee Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
3. $\exists x \; (P(x) \wedge Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"

Solusi:

1. $\forall x \; (P(x) \vee Q(x))$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$" atau "untuk setiap bilangan bulat x, berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap". Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain $\mathbb{Z}$, maka $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \vee Q(c)) =$

Latihan

Tentukan interpretasi dari formula-formula logika predikat berikut bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

1. $\forall x\ \left(P\left(x\right) \vee Q\left(x\right)\right)$, dengan $P\left(x\right)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q\left(x\right)$: "x adalah bilangan genap"
2. $\forall x P\left(x\right) \vee \forall x Q\left(x\right)$, dengan $P\left(x\right)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q\left(x\right)$: "x adalah bilangan genap"
3. $\exists x\ \left(P\left(x\right) \wedge Q\left(x\right)\right)$, dengan $P\left(x\right)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q\left(x\right)$: "x adalah bilangan genap"
4. $\exists x P\left(x\right) \wedge \exists x Q\left(x\right)$, dengan $P\left(x\right)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q\left(x\right)$: "x adalah bilangan genap"

Solusi:

1. $\forall x\ \left(P\left(x\right) \vee Q\left(x\right)\right)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P\left(x\right)$ atau $Q\left(x\right)$" atau "untuk setiap bilangan bulat x, berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap". Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain $\mathbb{Z}$, maka $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}\left(P\left(c\right) \vee Q\left(c\right)\right) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}\left(\forall x\ \left(P\left(x\right) \vee Q\left(x\right)\right)\right) =$

Latihan

Tentukan interpretasi dari formula-formula logika predikat berikut bila domain yang ditinjau adalah himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

1. $\forall x \ (P(x) \vee Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
3. $\exists x \ (P(x) \wedge Q(x))$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$, dengan $P(x)$: "x adalah bilangan ganjil" dan $Q(x)$: "x adalah bilangan genap"

Solusi:

1. $\forall x \ (P(x) \vee Q(x))$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau $Q(x)$" atau "untuk setiap bilangan bulat x, berlaku x bilangan ganjil atau x bilangan genap". Misalkan c adalah sembarang bilangan bulat pada domain $\mathbb{Z}$, maka $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \vee Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x \ (P(x) \vee Q(x))) = \mathrm{T}$.

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti:

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap".

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti:

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap".

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus.

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x \ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x \ (P(x) \wedge Q(x))) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{F}$.
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti:

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x \; (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x \; (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{F}$.
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$" atau

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{F}$.
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(1)) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{F}$.
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(1)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x P(x)) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x \; (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x \; (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{F}$.
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(1)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x P(x)) = \mathrm{T}$. Kemudian $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(2)) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x \ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x \ (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{F}$.
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(1)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x P(x)) = \mathrm{T}$. Kemudian $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(2)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x Q(x)) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{F}$.
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(1)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x P(x)) = \mathrm{T}$. Kemudian $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(2)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x Q(x)) = \mathrm{T}$. Oleh karena itu $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)) =$

2. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ berarti: "untuk setiap bilangan bulat x berlaku $P(x)$ atau untuk setiap bilangan bulat x berlaku $Q(x)$" atau "setiap bilangan bulat x adalah bilangan ganjil atau setiap bilangan bulat x adalah bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(2)) = \mathrm{F}$. Kemudian kita juga memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F}$ karena $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(1)) = \mathrm{F}$. Akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x P(x)) \vee \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\forall x Q(x)) = \mathrm{F} \vee \mathrm{F} = \mathrm{F}$.
3. $\exists x \ (P(x) \wedge Q(x))$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap". Misalkan c adalah bilangan bulat yang memenuhi kriteria ini, maka c adalah bilangan ganjil dan bilangan genap sekaligus. Karena hal ini tidak mungkin terjadi, maka **tidak ada** $c \in \mathbb{Z}$ sehingga $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(c) \wedge Q(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x \ (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{F}$.
4. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ berarti: "ada bilangan bulat x yang memenuhi $P(x)$ dan ada bilangan bulat x yang memenuhi $Q(x)$" atau "ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan ganjil dan ada bilangan bulat x yang merupakan bilangan genap". Kita memiliki $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(P(1)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x P(x)) = \mathrm{T}$. Kemudian $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(Q(2)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x Q(x)) = \mathrm{T}$. Oleh karena itu $\mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x P(x)) \wedge \mathcal{I}_{\mathbb{Z}}(\exists x Q(x)) = \mathrm{T} \wedge \mathrm{T} = \mathrm{T}$.

Bahasan

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

1. A dikatakan absah (*valid*) jikka A benilai **benar** (T) *untuk* **interpretasi apapun** *pada* **sembarang domain yang ditinjau**. Dalam hal ini A juga dikatakan sebagai suatu tautologi.

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

1. A dikatakan absah (*valid*) jikka A benilai **benar** (T) *untuk* **interpretasi apapun** *pada* **sembarang domain yang ditinjau**. Dalam hal ini A juga dikatakan sebagai suatu tautologi.
2. A dikatakan terpenuhi (*satisfiable*) jikka terdapat **setidaknya sebuah interpretasi** $\mathcal{I}$ dan **sebuah domain** D yang dapat membuat A bernilai **benar** (T).

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

1. A dikatakan absah (*valid*) jikka A benilai **benar** (T) *untuk* **interpretasi apapun** *pada* **sembarang domain yang ditinjau**. Dalam hal ini A juga dikatakan sebagai suatu tautologi.
2. A dikatakan terpenuhi (*satisfiable*) jikka terdapat **setidaknya sebuah interpretasi** $\mathcal{I}$ dan **sebuah domain** D yang dapat membuat A bernilai **benar** (T).
3. A dikatakan kontradiksi/ tak dapat terpenuhi (*contradictory*/ *unsatisfiable*) jikka A benilai **salah** (F) untuk **interpretasi apapun pada sembarang domain** yang ditinjau.

Keabsahan (*Validity*), Keterpenuhan (*Satisfiability*), dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan A adalah sebuah formula logika predikat

1. A dikatakan absah (*valid*) jikka A benilai **benar** (T) *untuk* **interpretasi apapun** *pada* **sembarang domain yang ditinjau**. Dalam hal ini A juga dikatakan sebagai suatu tautologi.
2. A dikatakan terpenuhi (*satisfiable*) jikka terdapat **setidaknya sebuah interpretasi** $\mathcal{I}$ dan **sebuah domain** D yang dapat membuat A bernilai **benar** (T).
3. A dikatakan kontradiksi/ tak dapat terpenuhi (*contradictory/ unsatisfiable*) jikka A benilai **salah** (F) untuk **interpretasi apapun pada sembarang domain** yang ditinjau.
4. A dikatakan *contingency* jikka A tidak absah dan tidak juga kontradiksi.

Berbeda dengan keabsahan, keterpenuhan, ataupun kontradiksi pada logika proposisi, pembuktian keabsahan, keterpenuhan, maupun kontradiksi pada logika predikat tidak selamanya dapat dilakukan dengan tabel kebenaran.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka
$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) = \mathrm{T}$.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) = \mathrm{T}$.
3. Misalkan d adalah sembarang elemen di D. Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) = \mathrm{T}$.
3. Misalkan d adalah sembarang elemen di D. Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) = \mathrm{T}$.
3. Misalkan d adalah sembarang elemen di D. Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) = \mathrm{T}$.
3. Misalkan d adalah sembarang elemen di D. Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$.
4. Dari hasil nomor 3 diperoleh
   $\mathcal{I}_D(P(d) \wedge Q(d)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) = \mathrm{T}$.
3. Misalkan d adalah sembarang elemen di D. Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$.
4. Dari hasil nomor 3 diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d) \wedge Q(d)) = \mathcal{I}_D(P(d)) \wedge \mathcal{I}_D(Q(d)) =$

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) = \mathrm{T}$.
3. Misalkan d adalah sembarang elemen di D. Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$.
4. Dari hasil nomor 3 diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d) \wedge Q(d)) = \mathcal{I}_D(P(d)) \wedge \mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$ untuk sembarang $d \in D$.

Pembuktian Keabsahan pada Logika Predikat

Contoh

Jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \to \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ mengakibatkan kebenaran pada $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(\forall x Q(x)) = \mathrm{T}$.
3. Misalkan d adalah sembarang elemen di D. Berdasarkan nomor 2, haruslah berlaku $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ dan $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$.
4. Dari hasil nomor 3 diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d) \wedge Q(d)) = \mathcal{I}_D(P(d)) \wedge \mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$ untuk sembarang $d \in D$.
5. Jadi $\mathcal{I}_D(\forall x (P(x) \wedge Q(x))) = \mathrm{T}$.

Latihan

Buktikan bahwa $\forall x \ (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ adalah suatu tautologi.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
3. Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x \neg P(x)) = \mathrm{T}$, maka

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
3. Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x \neg P(x)) = \mathrm{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
3. Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x \neg P(x)) = \mathrm{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
3. Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x \neg P(x)) = \mathrm{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \mathrm{F}$.

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
3. Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x \neg P(x)) = \mathrm{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \mathrm{F}$.
4. Dari nomor 2 juga diperoleh $\mathcal{I}_D(P(c)) =$

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
3. Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x \neg P(x)) = \mathrm{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \mathrm{F}$.
4. Dari nomor 2 juga diperoleh $\mathcal{I}_D(P(c)) = \mathrm{T}$ (karena d pada nomor 2 berlaku sembarang, maka kita boleh mengambil $d = c$).

Pembuktian Kontradiksi pada Logika Predikat

Contoh

Jika P adalah predikat uner, maka $\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ adalah suatu kontradiksi. Akan dibuktikan bahwa kebenaran pada $\forall x P(x)$ tidak mungkin mengakibatkan kebenaran pada $\exists x \neg P(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x)) = \mathrm{T}$, maka diperoleh $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ **untuk setiap** $d \in D$.
3. Andaikan $\mathcal{I}_D(\exists x \neg P(x)) = \mathrm{T}$, maka terdapat $c \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(\neg P(c)) = \mathrm{T}$, akibatnya $\mathcal{I}_D(P(c)) = \mathrm{F}$.
4. Dari nomor 2 juga diperoleh $\mathcal{I}_D(P(c)) = \mathrm{T}$ (karena d pada nomor 2 berlaku sembarang, maka kita boleh mengambil $d = c$).
5. Hasil nomor 3 dan 4 bertentangan, akibatnya tidak mungkin ada interpretasi $\mathcal{I}$ dan domain D yang menyebabkan $\mathcal{I}_D(\forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)) = \mathrm{T}$.

Latihan

Buktikan bahwa $\exists x \neg P(x) \rightarrow \forall x P(x)$ adalah suatu kontradiksi.

Bahasan

Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Definisi

Misalkan A dan B adalah dua formula logika predikat:
Formula A dan B dikatakan setara atau ekuivalen (*logically equivalent*) jika formula

$$A \leftrightarrow B$$

merupakan **tautologi**. Hal ini dituliskan dengan $A \equiv B$ atau $A \Leftrightarrow B$.
Formula B dikatakan sebagai konsekuensi logis (*logical consequence*) dari A jika formula

$$A \rightarrow B$$

merupakan **tautologi**. Hal ini dituliskan dengan $A \Rightarrow B$.

Tidak seperti pada logika proposisi, untuk menunjukkan konsekuensi logis maupun kesetaraan logika antar dua formula pada logika predikat kita tidak dapat menggunakan tabel kebenaran.

Contoh Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Contoh

Misalkan P dan Q adalah predikat uner. Sebelumnya kita telah membuktikan bahwa $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi, akibatnya berlaku $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \Rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Contoh Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Contoh

Misalkan P dan Q adalah predikat uner. Sebelumnya kita telah membuktikan bahwa $\forall x P(x) \land \forall x Q(x) \to \forall x (P(x) \land Q(x))$ adalah suatu tautologi, akibatnya berlaku $\forall x P(x) \land \forall x Q(x) \Rightarrow \forall x (P(x) \land Q(x))$.

Kemudian karena $\forall x (P(x) \land Q(x)) \to \forall x P(x) \land \forall x Q(x)$ juga merupakan tautologi (buktikan!), maka berlaku $\forall x (P(x) \land Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \land \forall x Q(x)$.

Contoh Konsekuensi Logis dan Kesetaraan Logika

Contoh

Misalkan P dan Q adalah predikat uner. Sebelumnya kita telah membuktikan bahwa $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$ adalah suatu tautologi, akibatnya berlaku $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \Rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Kemudian karena $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$ juga merupakan tautologi (buktikan!), maka berlaku $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$.

Dari dua hasil ini diperoleh $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \Leftrightarrow \forall x \; (P(x) \wedge Q(x))$, atau juga dapat ditulis $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \equiv \forall x (P(x) \wedge Q(x))$.

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x))$.

Solusi:

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x))$.

Solusi: Kita akan membuktikan bahwa $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x \ (P(x) \vee Q(x))$ dan $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka
$\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x))$.

Solusi: Kita akan membuktikan bahwa $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x \; (P(x) \vee Q(x))$ dan $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

Bukti bahwa $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$ diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x))$.

Solusi: Kita akan membuktikan bahwa $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x \ (P(x) \vee Q(x))$ dan $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

Bukti bahwa $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$ diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Akan ditunjukkan bahwa $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$, atau dengan perkataan lain $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$ suatu tautologi,

Latihan

Buktikan bahwa jika P dan Q adalah predikat uner, maka $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x))$.

Solusi: Kita akan membuktikan bahwa $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x \; (P(x) \vee Q(x))$ dan $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

Bukti bahwa $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$ diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Akan ditunjukkan bahwa $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$, atau dengan perkataan lain $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$ suatu tautologi, dengan cara membuktikan bahwa kebenaran $\exists x (P(x) \vee Q(x))$ mengakibatkan kebenaran untuk $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\right)=\mathrm{T}$, maka

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right) \vee Q\left(x\right)\right)\right) = \mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right) \vee Q\left(d\right)\right) =$

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right) \vee Q\left(x\right)\right)\right) = \mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right) \vee Q\left(d\right)\right) = \mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right) =$

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right) \vee Q\left(x\right)\right)\right) = \mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right) \vee Q\left(d\right)\right) = \mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right) = \mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right) =$

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\right)=\mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d\in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\vee Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\right)=\mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d\in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\vee Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$.
3. Jika $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D\left(\exists x P\left(x\right)\right)=$

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\right)=\mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d\in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\vee Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$.
3. Jika $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)$, kita memiliki
   $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)\right)=$

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\right)=\mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d\in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\vee Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$.
3. Jika $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)$, kita memiliki $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)\vee\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\exists x(P(x) \vee Q(x))) = \mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(P(d) \vee Q(d)) = \mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$.
3. Jika $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D(\exists x P(x)) = \mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D(\exists x Q(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D(\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D(\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D(\exists x Q(x)) = \mathrm{T}$.
4. Jika $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D(\exists x Q(x)) =$

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D(\exists x(P(x) \vee Q(x))) = \mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d \in D$ sehingga $\mathcal{I}_D(P(d) \vee Q(d)) = \mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$.
3. Jika $\mathcal{I}_D(P(d)) = \mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D(\exists x P(x)) = \mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D(\exists x Q(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D(\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) = \mathcal{I}_D(\exists x P(x)) \vee \mathcal{I}_D(\exists x Q(x)) = \mathrm{T}$.
4. Jika $\mathcal{I}_D(Q(d)) = \mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D(\exists x Q(x)) = \mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dri $\mathcal{I}_D(\exists x P(x))$, kita memiliki $\mathcal{I}_D(\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) =$

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\right)=\mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d\in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\vee Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$.
3. Jika $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)$, kita memiliki $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)\vee\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$.
4. Jika $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dri $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)$, kita memiliki $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)\vee\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$.

1. Misalkan $\mathcal{I}$ adalah sembarang interpretasi dan D adalah sembarang domain pembicaraan.
2. Misalkan $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\right)=\mathrm{T}$, maka terdapat suatu $d\in D$ sehingga $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\vee Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$. Ini berarti $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$ atau $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$.
3. Jika $\mathcal{I}_D\left(P\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dari $\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)$, kita memiliki $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)\vee\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$.
4. Jika $\mathcal{I}_D\left(Q\left(d\right)\right)=\mathrm{T}$, maka $\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$, akibatnya apapun nilai dri $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)$, kita memiliki $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\right)\vee\mathcal{I}_D\left(\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$.
5. Jadi bila $\mathcal{I}_D\left(\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\right)=\mathrm{T}$ maka $\mathcal{I}_D\left(\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)\right)=\mathrm{T}$, sehingga $\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\rightarrow\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)$ adalah suatu tautologi, atau dengan perkataan lain $\exists x\left(P\left(x\right)\vee Q\left(x\right)\right)\Rightarrow\exists xP\left(x\right)\vee\exists xQ\left(x\right)$.

Bahasan

Ekuivalensi Formula Logika Predikat

Logika predikat dapat ditinjau sebagai "perluasan" dari logika proposisi, akibatnya semua hukum ekuivalensi pada logika proposisi juga berlaku untuk logika predikat.

Contohnya, jika pada logika proposisi kita memiliki $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ dan $A \to B \equiv \neg A \vee B$, untuk sembarang formula logika proposisi A dan B, maka pada logika predikat kita juga memiliki hal yang sama. Sebagai contoh apabila P dan Q adalah dua predikat uner, maka

$$\exists x \left(\neg \left(P(x) \wedge Q(x)\right)\right) \equiv$$

Ekuivalensi Formula Logika Predikat

Logika predikat dapat ditinjau sebagai "perluasan" dari logika proposisi, akibatnya semua hukum ekuivalensi pada logika proposisi juga berlaku untuk logika predikat.

Contohnya, jika pada logika proposisi kita memiliki $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ dan $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, untuk sembarang formula logika proposisi A dan B, maka pada logika predikat kita juga memiliki hal yang sama. Sebagai contoh apabila P dan Q adalah dua predikat uner, maka

$$\begin{aligned} \exists x\left(\neg\left(P(x) \wedge Q(x)\right)\right) &\equiv \exists x\left(\neg P(x) \vee \neg Q(x)\right) \\ \forall x\left(P(x) \rightarrow Q(x)\right) &\equiv \end{aligned}$$

Ekuivalensi Formula Logika Predikat

Logika predikat dapat ditinjau sebagai "perluasan" dari logika proposisi, akibatnya semua hukum ekuivalensi pada logika proposisi juga berlaku untuk logika predikat.

Contohnya, jika pada logika proposisi kita memiliki $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ dan $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, untuk sembarang formula logika proposisi A dan B, maka pada logika predikat kita juga memiliki hal yang sama. Sebagai contoh apabila P dan Q adalah dua predikat uner, maka

$$\begin{aligned} \exists x\left(\neg\left(P(x) \wedge Q(x)\right)\right) &\equiv \exists x\left(\neg P(x) \vee \neg Q(x)\right) \\ \forall x\left(P(x) \rightarrow Q(x)\right) &\equiv \forall x\left(\neg P(x) \vee Q(x)\right) \end{aligned}$$

Hal yang membedakan ekuivalensi pada logika proposisi dengan ekuivalensi pada logika predikat adalah aturan untuk negasi formula berkuantor.

Negasi Kuantor Universal

Kita akan menetentukan negasi dari kalimat berikut: "setiap mahasiswa Teknik Informatika mengambil kuliah Logika Matematika".

Kalimat di atas dapat ditranslasikan ke logika predikat sebagai $\forall x \; P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner "mengambil kuliah Logika Matematika".

Negasi Kuantor Universal

Kita akan menetentukan negasi dari kalimat berikut: "setiap mahasiswa Teknik Informatika mengambil kuliah Logika Matematika".

Kalimat di atas dapat ditranslasikan ke logika predikat sebagai $\forall x \; P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner "mengambil kuliah Logika Matematika".

- Negasi dari $\forall x \; P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\forall x \; P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\forall x \; P(x)$ **salah**, maka terdapat setidaknya satu $x \in D$ yang membuat $P(x)$ **salah**.

Negasi Kuantor Universal

Kita akan menetentukan negasi dari kalimat berikut: "setiap mahasiswa Teknik Informatika mengambil kuliah Logika Matematika".

Kalimat di atas dapat ditranslasikan ke logika predikat sebagai $\forall x\ P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner "mengambil kuliah Logika Matematika".

- Negasi dari $\forall x\ P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\forall x\ P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\forall x\ P(x)$ **salah**, maka terdapat setidaknya satu $x \in D$ yang membuat $P(x)$ **salah**.
- Mengingat $\forall x\ P(x)$ salah tepat ketika $\exists x\ \neg P(x)$ benar, maka diperoleh

$$\neg\forall x\ P(x) \equiv$$

Negasi Kuantor Universal

Kita akan menetentukan negasi dari kalimat berikut: "setiap mahasiswa Teknik Informatika mengambil kuliah Logika Matematika".

Kalimat di atas dapat ditranslasikan ke logika predikat sebagai $\forall x\ P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner "mengambil kuliah Logika Matematika".

- Negasi dari $\forall x\ P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\forall x\ P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\forall x\ P(x)$ **salah**, maka terdapat setidaknya satu $x \in D$ yang membuat $P(x)$ **salah**.
- Mengingat $\forall x\ P(x)$ salah tepat ketika $\exists x\ \neg P(x)$ benar, maka diperoleh $\boxed{\neg\forall x\ P(x) \equiv \exists x\ \neg P(x)}$.

Akibatnya negasi dari kalimat di atas adalah "ada mahasiswa Teknik Informatika yang tidak mengambil kuliah Logika Matematika"

Negasi Kuantor Eksistensial

Selanjutnya kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: "ada mahasiswa Teknik Informatika yang mengambil kuliah Metode Formal".

Misalkan kalimat di atas kita translasikan ke logika predikat sebagai $\exists x\ P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner "mengambil kuliah Metode Formal".

Negasi Kuantor Eksistensial

Selanjutnya kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: "ada mahasiswa Teknik Informatika yang mengambil kuliah Metode Formal".

Misalkan kalimat di atas kita translasikan ke logika predikat sebagai $\exists x\ P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner "mengambil kuliah Metode Formal".

- Negasi dari $\exists x\ P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\exists x\ P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\exists x\ P(x)$ **salah**, maka semua $x \in D$ membuat $\neg P(x)$ berlaku.

Negasi Kuantor Eksistensial

Selanjutnya kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: "ada mahasiswa Teknik Informatika yang mengambil kuliah Metode Formal".

Misalkan kalimat di atas kita translasikan ke logika predikat sebagai $\exists x\ P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner "mengambil kuliah Metode Formal".

- Negasi dari $\exists x\ P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\exists x\ P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\exists x\ P(x)$ **salah**, maka semua $x \in D$ membuat $\neg P(x)$ berlaku.
- Mengingat $\exists x\ P(x)$ salah tepat ketika ketika $\forall x\ \neg P(x)$ benar, maka diperoleh $\neg \exists x\ P(x) \equiv$

Negasi Kuantor Eksistensial

Selanjutnya kita akan menentukan negasi dari kalimat berikut: "ada mahasiswa Teknik Informatika yang mengambil kuliah Metode Formal".

Misalkan kalimat di atas kita translasikan ke logika predikat sebagai $\exists x\ P(x)$, dengan domain D untuk x adalah himpunan seluruh mahasiswa Teknik Informatika dan P adalah predikat uner "mengambil kuliah Metode Formal".

- Negasi dari $\exists x\ P(x)$ adalah formula yang bernilai **benar** tepat ketika $\exists x\ P(x)$ bernilai **salah**. Ingat kembali bahwa ketika $\exists x\ P(x)$ **salah**, maka semua $x \in D$ membuat $\neg P(x)$ berlaku.
- Mengingat $\exists x\ P(x)$ salah tepat ketika ketika $\forall x\ \neg P(x)$ benar, maka diperoleh $\boxed{\neg \exists x\ P(x) \equiv \forall x\ \neg P(x)}$.

Akibatnya negasi dari kalimat di atas adalah "semua mahasiswa Teknik Informatika tidak mengambil kuliah Metode Formal".

Hukum De Morgan Untuk Kuantor

Misalkan P adalah predikat uner yang kebenarannya ditinjau pada domain berhingga $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Kita memiliki

$$\forall x \ P(x) \equiv$$

Hukum De Morgan Untuk Kuantor

Misalkan P adalah predikat uner yang kebenarannya ditinjau pada domain berhingga $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Kita memiliki

$$\begin{aligned} \forall x\, P(x) &\equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n) \\ \neg\forall x\, P(x) &\equiv \end{aligned}$$

Hukum De Morgan Untuk Kuantor

Misalkan P adalah predikat uner yang kebenarannya ditinjau pada domain berhingga $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Kita memiliki

$$\begin{aligned}
\forall x\ P(x) &\equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n) \\
\neg\forall x\ P(x) &\equiv \neg\left(P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n)\right) \\
&\equiv
\end{aligned}$$

Hukum De Morgan Untuk Kuantor

Misalkan P adalah predikat uner yang kebenarannya ditinjau pada domain berhingga $D = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Kita memiliki

$$\begin{aligned} \forall x\ P(x) &\equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n) \\ \neg\forall x\ P(x) &\equiv \neg(P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \cdots \wedge P(a_n)) \\ &\equiv \neg P(a_1) \vee \neg P(a_2) \vee \cdots \vee \neg P(a_n)\ \text{[dengan sifat De Morgan]} \\ &\equiv \exists x\ \neg P(x) \end{aligned}$$

Dengan cara serupa kita juga memiliki $\neg\exists x\ P(x) \equiv \forall x \neg P(x)$. Sifat $\neg\forall x\ P(x) \equiv \exists x\ \neg P(x)$ dan $\neg\exists x\ P(x) \equiv \forall x\ \neg P(x)$ dinamakan hukum De Morgan untuk kuantor.

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \; (x^2 > 0)$
2. $\exists y \; (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \; (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \; (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \; \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \; (x^2 > 0) \equiv \exists x \; \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x \; (x^2 \leq 0)$
2. $\neg \exists y \; (y + 1 \neq 2) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \; \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \; (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \; (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \; (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \; \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \; \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \; \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \; \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \; (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \; \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \; (y + 1 = 2)$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \ (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \ (xy = 1) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \ (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y \ (xy = 1) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \ (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ (xy \neq 1)$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \ (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \ (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \ (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \neg (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \ (x + y = 1)$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \ (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \neg (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \ (x + y = 1)$
5. $\neg \forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \; (x^2 > 0)$
2. $\exists y \; (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \; (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \; (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \; \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \; (x^2 > 0) \equiv \exists x \neg (x^2 > 0) \equiv \exists x \; (x^2 \leq 0)$
2. $\neg \exists y \; (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \; (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \; (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y \; (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \; (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y \; (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y \; (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \neg (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \; (x + y = 1)$
5. $\neg \forall x \forall y \; \left((xy)^2 \leq 0\right) \equiv \exists x \neg \forall y \; \left((xy)^2 \leq 0\right) \equiv$

Latihan Negasi Formula Berkuantor

Latihan

Berikan formula logika predikat yang merupakan negasi dari formula-formula berikut tanpa memakai negasi yang berada di depan kuantor.

1. $\forall x \ \left(x^2 > 0\right)$
2. $\exists y \ (y + 1 \neq 2)$
3. $\forall x \exists y \ (xy = 1)$
4. $\exists x \forall y \ (x + y \neq 1)$
5. $\forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right)$

Solusi:dengan hukum De Morgan untuk kuantor, kita memiliki

1. $\neg \forall x \ \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \neg \left(x^2 > 0\right) \equiv \exists x \ \left(x^2 \leq 0\right)$
2. $\neg \exists y \ (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ \neg (y + 1 \neq 2) \equiv \forall y \ (y + 1 = 2)$
3. $\neg \forall x \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \neg \exists y \ (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ \neg (xy = 1) \equiv \exists x \forall y \ (xy \neq 1)$
4. $\neg \exists x \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv \forall x \neg \forall y \ (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \ \neg (x + y \neq 1) \equiv \forall x \exists y \ (x + y = 1)$
5. $\neg \forall x \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right) \equiv \exists x \neg \forall y \ \left((xy)^2 \leq 0\right) \equiv \exists x \exists y \ \neg \left((xy)^2 \leq 0\right) \equiv \exists x \exists y \ \left((xy)^2 > 0\right)$